

SUMBER BELAJAR PENUNJANG PLPG 2016

MATA PELAJARAN/PAKET KEAHLIAN

MATEMATIKA

BAB V

PERSAMAAN KUADRAT



Dr. Djadir, M.Pd.

Dr. Ilham Minggu, M.Si

Ja'faruddin, S.Pd., M.Pd.

Ahmad Zaki, S.Si., M.Si

Sahlan Sidjara, S.Si., M.Si

**KEMENTERIAN PENDIDIKAN DAN KEBUDAYAAN
DIREKTORAT JENDERAL GURU DAN TENAGA KEPENDIDIKAN
2016**

BAB V PERSAMAAN KUADRAT

A. Kompetensi Inti (KI)

Menguasai materi, struktur, konsep dan pola pikir keilmuan yang mendukung mata pelajaran yang diampu

B. Kompetensi Dasar (KD)/Kelompok Kompetensi Dasar (KKD)

Menggunakan konsep-konsep aljabar

C. Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan persamaan kuadrat

D. Uraian Materi Pembelajaran

Mengembangkan rumus jumlah dan hasil kali akar-akar persamaan kuadrat.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$ mempunyai akar-akar x_1 dan x_2 ,

Dari rumus abc diperoleh:

$$x_1 = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}, \text{ dan } x_2 = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

Maka:

1. $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$	3. $ x_1 + x_2 $
2. $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$	$= \frac{\sqrt{D}}{a}$

Menentukan persamaan kuadrat baru yang akar-akarnya x_1 dan x_2 ,

$$(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$x^2 - (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

Rumus yang sering digunakan:

$$1. \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 \pm x_2}{x_1 x_2}$$

$$2. x_1^2 \pm x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 \mp 2x_1 x_2$$

$$3. x_1^2 - x_2^2 = (x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$$

$$4. x_1^3 \pm x_2^3 = (x_1 + x_2)^3 \mp 3x_1 x_2 (x_1 \pm x_2)$$

$$5. x_1^3 \pm x_2^3 = (x_1 + x_2)^4 \mp 2(x_1 x_2)^2$$

$$6. \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1 \pm x_2}{x_1 x_2}$$

$$7. x_1^4 \pm x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)^2 \mp 2(x_1 x_2)^2$$

$$8. x_1^4 - x_2^4 = (x_1^2 + x_2^2)(x_1 + x_2)(x_1 - x_2)$$

Contoh soal 1.

Tentukan penyelesaian dari $2x^2 + 7x + 6 = 0$.

Jawab: $2x^2 + 7x + 6 = 0$

$$2x^2 + 4x + 3x + 6 = 0$$

$$2x(x + 2) + 3(x + 2) = 0$$

$$(x + 2)(2x + 3) = 0$$

$$x + 2 = 0 \quad \text{atau} \quad 2x + 3 = 0$$

$$x = -2 \quad \text{atau} \quad x = -1$$

Contoh soal 2

Akar-akar $x^2 - 3x + 4 = 0$ adalah x_1 dan x_2 . Dengan tanpa menyelesaikan persamaan tersebut, hitunglah nilai $x_1^2 + x_2^2$?

Penyelesaian:

$$x_1^2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 \cdot x_2 - 2 x_1 \cdot x_2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - 2 x_1 x_2$$

$$= \left(\frac{b}{a}\right)^2 - 2 \left(\frac{c}{a}\right)$$

$$= (-3)^2 - 2 \cdot 4$$

$$= 1$$

Menyelesaikan masalah persamaan atau fungsi kuadrat dengan menggunakan diskriminan.

Persamaan Kuadrat.

Jika persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dan $a \neq 0$, maka nilai diskriminan (D) adalah:

$$D = b^2 - 4ac$$

Jenis-jenis akar-akar persamaan kuadrat:












1. $D \geq 0$, karena real/nyata.
 - a. $D > 0$, kedua akar real berlainan.
 - b. $D = 0$, kedua akar real kembar/sama.
2. $D < 0$, kedua akar tidak real/imajiner/khayal.
3. $D = r^2$, kedua akar rasional (cara menentukan akar lebih mudah menggunakan pefaktorasi).

Hubungan akar-akar persamaan kuadrat:

1. Dua akar positif.
 - $D \geq 0$
 - $x_1 + x_2 > 0$
 - $x_1 \cdot x_2 > 0$
2. Dua akar negatif.
 - $D \geq 0$
 - $x_1 + x_2 < 0$
 - $x_1 \cdot x_2 > 0$




3. Dua akar berbeda tanda.
 - $D > 0$
 - $x_1 \cdot x_2 < 0$
4. Dua akar saling berkebalikan.
 - $D \geq 0$
 - $x_1 \cdot x_2 = 1$

Fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$, koordinat titik puncak $(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a})$ dan grafik berbentuk parabola:

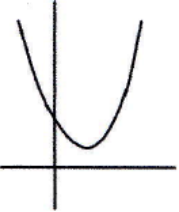
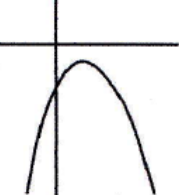
a	$a > 0$	Grafik terbuka ke atas	
	$a < 0$	Grafik terbuka ke bawah	
b	$b > 0$ $a > 0$	Puncak di sebelah kiri sumbu y	
	$b < 0$ $a > 0$	Puncak di sebelah kanan sumbu y	
	$b = 0$	Puncak tepat di sumbu y	
c	$c > 0$	Grafik memotong sumbu y positif	
	$c < 0$	Grafik memotong sumbu y negatif	
	$c = 0$	Grafik melalui titik $(0, 0)$	
D	$D > 0$	Grafik memotong sumbu x	
	$D = 0$	Grafik menyinggung sumbu x	
	$D < 0$	Grafik tidak memotong sumbu x	

Kedudukan garis $g: y = mx + c$ terhadap fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$:

Substitusikan g ke $f(x)$, lalu cari nilai D .

$D > 0$	Berpotongan di dua titik (memotong)	
$D = 0$	Berpotongan di satu titik (menyinggung)	
$D < 0$	Tidak berpotongan (terpisah)	

Fungsi kuadrat definit positif atau negatif:

<p>Definit positif</p> 	<p>Grafik fungsi kuadrat seluruhnya berada di atas sumbu x, artinya untuk setiap nilai x maka nilai y selalu positif.</p> <p>Syarat: $a > 0$ dan $D < 0$</p>
<p>Definit negatif</p> 	<p>Grafik fungsi kuadrat seluruhnya berada di bawah sumbu x, artinya untuk setiap nilai x maka nilai y selalu negatif.</p> <p>Syarat: $a < 0$ dan $D < 0$</p>

Contoh soal 1

Buatlah sketsa grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 4x$

Penyelesaian:

- a. Titik potong dengan sumbu X , jika $y = 0$

$$x^2 + 4x = 0$$

$$x(x + 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } (x + 4) = 0$$

$$x = -4$$

Jadi memotong sumbu X di titik $(0, 0)$ dan $(-4, 0)$

- b. Titik potong dengan sumbu Y , jika $x = 0$ maka,

$$y = 0^2 + 4 \cdot 0$$

$$= 0$$

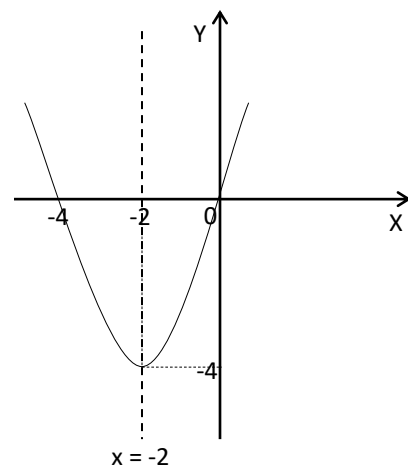
Jadi memotong sumbu Y di titik $(0, 0)$

- c. Persamaan sumbu simetri

$$x = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2$$

Jadi persamaan sumbu simetrinya $x = -2$

- d. Nilai Ekstrim/nilai stasioner, untuk $x = -2$



$$y = (-2)^2 + 4(-2) \\ = -4$$

- e. Koordinat titik balik:
(-2, -4)

Contoh soal 2

Sebuah roket ditembakkan ke atas. Setelah t detik peluru mencapai ketinggian yang dirumuskan dengan $h(t) = 40t - 5t^2$ dalam meter. Tentukan berapa lama waktu yang dibutuhkan untuk mencapai tinggi maksimum dan berapa tinggi maksimum yang dicapai?

Penyelesaian:

$$h(t) = 40t - 5t^2$$

Waktu saat mencapai tinggi maksimum

$$t = \frac{-b}{2a}$$

$$= \frac{-40}{-10}$$

$$= 4 \text{ detik}$$

Tinggi maksimum pada saat $t = 4$ detik

$$h(t) = 40(4) - 5(4)^2$$

$$= 160 - 80$$

$$= 80 \text{ meter}$$

REFERENSI

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPA. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.

Alimuddin, 2013. Materi Bimtek Profesionalisme Guru. SMA Matematika IPS Gabungan. Jurusan Matematika FMIPA UNM Makassar.